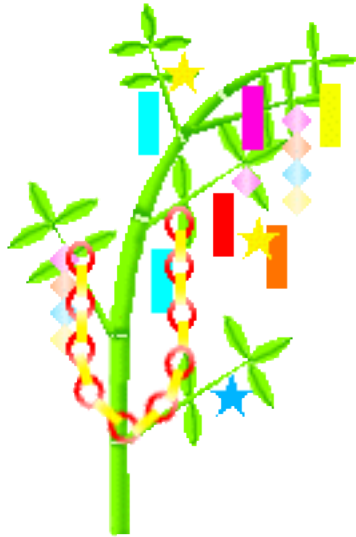


ようこそ山口大学へ

物理学講座一同

「宇宙はどこまで見えたか？」



人類は様々な手段で宇宙を『観て』きた。
これまでにわかってきた現在の宇宙の姿と、
宇宙のはじまり、宇宙の将来などについてお話しします。

「宇宙はどこまで見えたか？」

I 宇宙を観測する

II 宇宙を理解する

II 宇宙を理解する

重力が主役

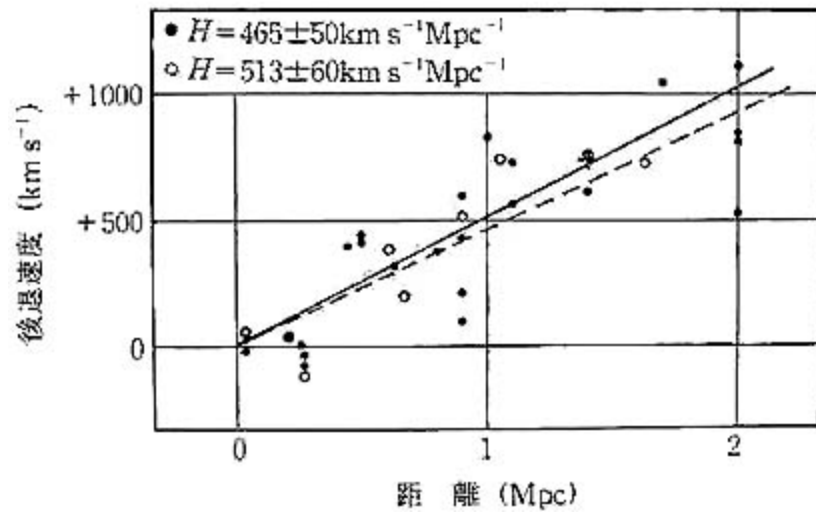
膨張宇宙とダークエネルギー

銀河回転とダークマター

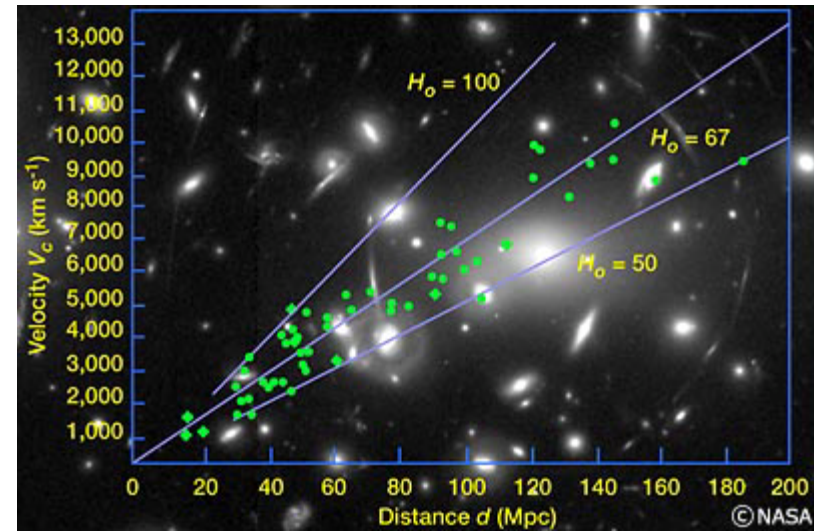
重力崩壊

星の質量

ハッブルの法則



<http://www.spaceguard.or.jp/asute/a40/images/Fig17.jpg>



<http://www.starclick.ne.jp/backnumber/1999Aut/nasda/nasda-i/nasa-1.jpg>

銀河の距離と後退速度が比例

ニュートンの膨張宇宙

一様な質量密度分布をもち、圧力なしの物質（塵、ダスト）を仮定する。原点から r の距離にある粒子が動径方向に塵粒子とともに運動しているとき、力学的エネルギー保存から

$$\frac{1}{2} \dot{r}^2 - \frac{G M(r)}{r} = \text{一定}$$

である。ここで $\dot{}$ は時間微分を表し、また

$$M(r) = \frac{4}{3} \rho r^3$$

である。 ρ は物質の質量密度。

物質とともに動く座標を

$$r = a(t) x$$

(x は一定) と表すと $a(t)$ に対する方程式は, 一定値を $kc^2 x^2 / 2$ とすると

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8G}{3}$$

ハッブルの法則, 銀河の距離と後退速度が比例すること, は

$$v = \dot{a}(t) x = \frac{\dot{a}}{a} r = H r$$

のように説明される。

現在のハッブル定数は $71 \text{ km/s/Mpc} (= (137.7 \text{ 億年})^{-1})$

熱力学

エントロピー一定ならば

$$dU + P dV = 0$$

今、内部エネルギーを $U = \frac{4}{3} a^3 c^2$,

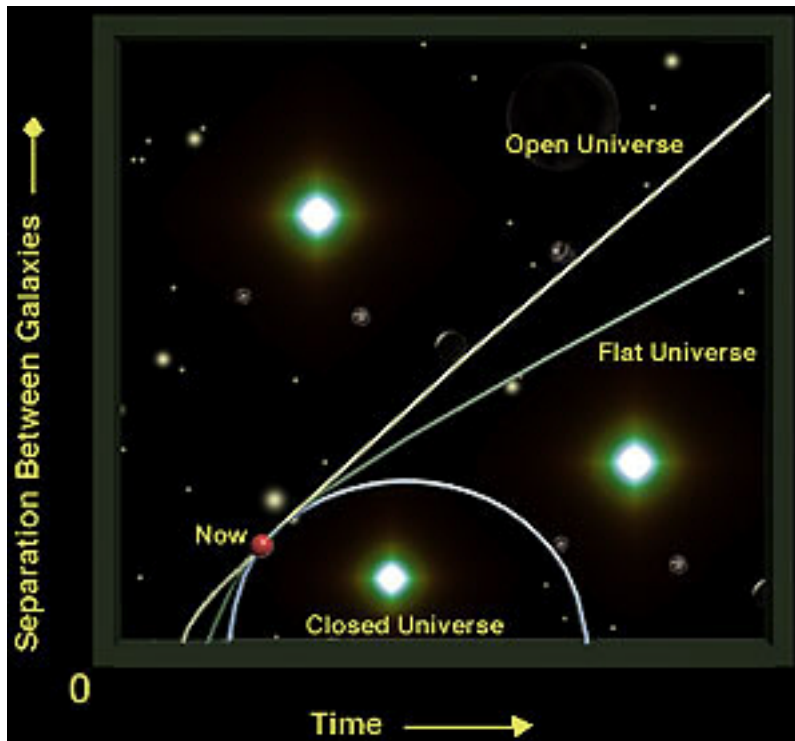
体積を $V = \frac{4}{3} a^3$

とすると、

$$\dot{} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \left(+ P / c^2 \right) = 0$$

以上の式から

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3} \frac{G}{c^2} \left(\rho + 3P \right)$$



横軸：時間，縦軸： $a(t)$

$k > 0$: Closed Universe

$k = 0$: Flat Universe

$k < 0$: Open Universe

http://skyserver.sdss.org/edr/jp/astro/universe/images/evol_model.jpg

$$k=0 \quad \text{のとき} \quad \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8G}{3}$$

$$\text{塵のような物質（圧力は0）} \quad \ddot{a} + 3\frac{\dot{a}}{a} = 0 \quad a^{-3}$$

$$\text{この2式より} \quad a = t^{2/3}$$

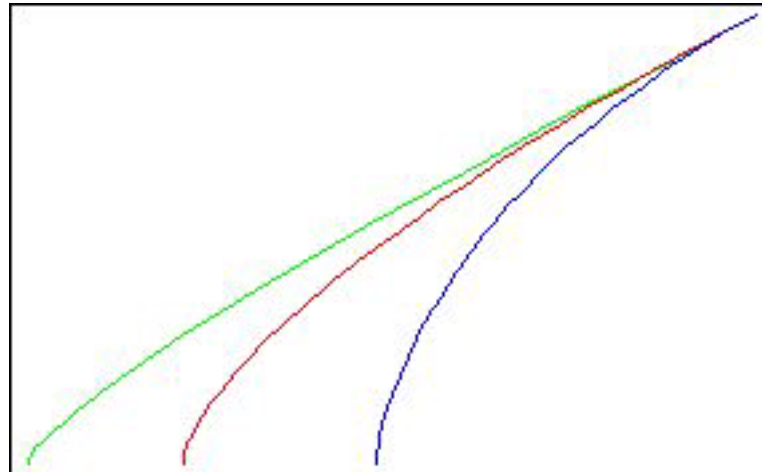
現在の宇宙の年齢は

$$t_0 = \frac{2}{3H_0}$$

観測によると、かなり古い星が存在し、
標準的模型（フリードマンモデル）による宇宙の年齢と矛盾してしまいます。

また、 k は（実は空間の曲率に比例しますが）非常に 0 に近いということもわかってきました。

さらに、最近の観測で、遠方の銀河に現れる超新星の観測により、
宇宙は加速膨張していることがわかってきました。



加速膨張しているとするれば，宇宙の年齢の問題は解決。（137億年）

しかし，式

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3} \frac{G}{c^2} \left(+ 3P/c^2 \right)$$

が成り立っているとするれば， $+ 3P/c^2 < 0$ でなければならない。

ダークエネルギー	負の圧力を持つ	73%
ダークマター		23%
通常物質		4%

ダークエネルギー $P = -\rho c^2$

ダークマター $P = 0$

$\rho = \rho_{DE} + \rho_{DM}$, $P = -\rho_{DE} c^2$ を $\ddot{a} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\frac{\dot{a}}{a} + P/c^2\right) = 0$ に代入すると

$\rho_{DE} = \text{一定}$, $\rho_{DM} a^{-3}$

これらを, $k=0$ のとき $\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8}{3} \frac{G}{c^2} \rho_{DE}$ に代入

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8}{3} \frac{G}{a^3} \left(\rho_{DE} + \rho_{DM0} \frac{a_0^3}{a^3} \right)$$

添え字 0 は現在の値を表す

現在の膨張率 $H_0 = \dot{a}/a|_0$, また

$$y = a/a_0, \quad q = \frac{8}{3} \frac{G}{H_0^2} \rho_{DE}, \quad = H_0 t \quad \text{とすると} \quad \frac{dy}{dt} = \sqrt{q y^2 + (1-q)}/y$$

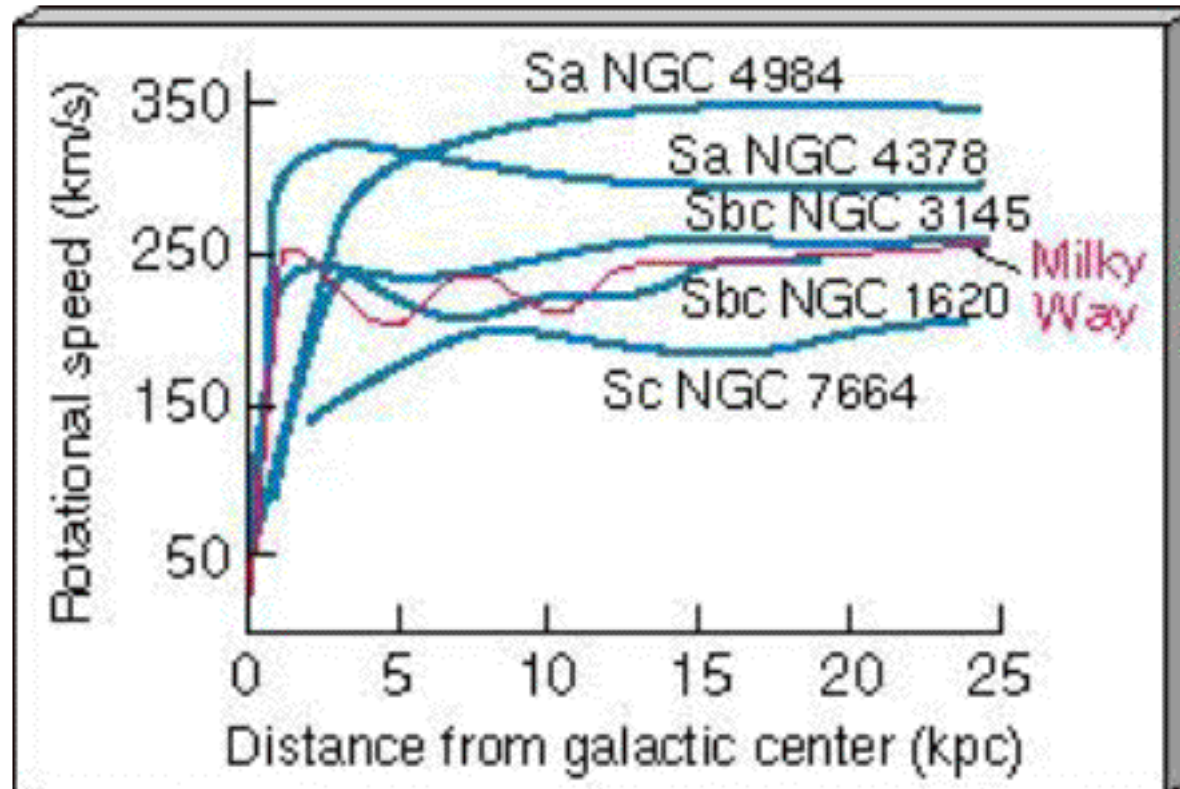
これを解くと, 現在の宇宙の年齢

$$t_0 = \frac{1}{3\sqrt{q} H_0} \log_e \frac{1 + \sqrt{q}}{1 - \sqrt{q}}$$

($q = 0.73$ とするとほぼ $t_0 = H_0^{-1}$)

ダークマター

標準的銀河は、ゆっくりと回転している



http://www.jca.umbc.edu/turner/dm_files/slide0009_image014.gif

銀河の回転曲線

銀河中心からの距離 r の星が一定の速さ v で円軌道を描いているとすると

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM(r)}{r^2}$$

ここで $M(r)$ は半径 r の球に含まれる質量。
十分大きい r のところでは $M(r)$ は一定となるはず。

したがって十分大きい r については $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$ となるはずであるが . . .

観測からは、ほとんどの銀河で、 v 一定

光らない物質が存在 . . . ダークマター

重力崩壊

質量 M , 平均密度 ρ , 大きさ R の天体が重力によって収縮

速度 V で収縮 . . . 収縮に要する典型的時間 $t \sim R/V$

加速度は重力で済まる。

$$\frac{V}{t} \sim \frac{GM}{R^2}$$

これらより

$$t \sim \frac{1}{\sqrt{GM/R^3}} \sim \frac{1}{\sqrt{G\rho}}$$

密度だけで決まる . . . (膨張宇宙モデルと同様)

星の平衡状態

圧力勾配と重力の釣り合い

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2},$$

$$M(r) = \frac{4}{3} r^3$$

大雑把に評価
星の半径R
中心の密度
中心の圧力P

$$\frac{P}{R} \sim \frac{GM}{R^2},$$

$$M = \frac{4}{3} r^3$$

$$M \sim \sqrt{\frac{P^3}{G^3 R^4}},$$

$$R \sim \sqrt{\frac{P}{G^2}}$$

太陽のような恒星

理想気体に近い $P = (\rho/m)kT$ (m は水素原子の質量)

さきの2つの式と併せて $M = \frac{R k T}{G m}$

練習問題： 太陽の半径と質量を入れてみよう。温度はいくらか。

巨星では，物質密度が小さく，光子の圧力が効くため，
中心部圧力は物質密度によらずほぼ一定，

したがって $M \propto 1/R^2$

白色矮星，中性子星

おもに，電子や中性子の縮退圧（量子力学的効果）によって支えられている。

P	$^{5/3}$	（比較的low密度）（非相対論的）	M	$\sqrt{\quad}$
P	$^{4/3}$	（比較的高密度）（相対論的）	M	一定

チャンドラセカール質量

ちゃんといろいろ考慮して計算すると太陽質量の1.4倍程度

これより重い星は（安定に）存在できない

ブラックホール

よくご承知のように
ニュートン力学で脱出速度が光速となる天体の半径

$$\frac{2GM}{c^2}$$

これはニュートン力学の適用限界を示すもの。
強い重力場の性質を調べるには、一般相対性理論を
用いなければならない。

まとめ

重力

一般相対論

特殊相対論

量子力学

宇宙を広く深く理解するためには、
あらゆる分野の物理学を総動員しなければならない。

